

Квантовый повторитель на многомодовых когерентных состояниях

Р.К. Гончаров
н.с. ООО «СМАРТС-Кванттелеком»
н.с. лаборатории квантовых коммуникаций
Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

rkgoncharov@itmo.ru

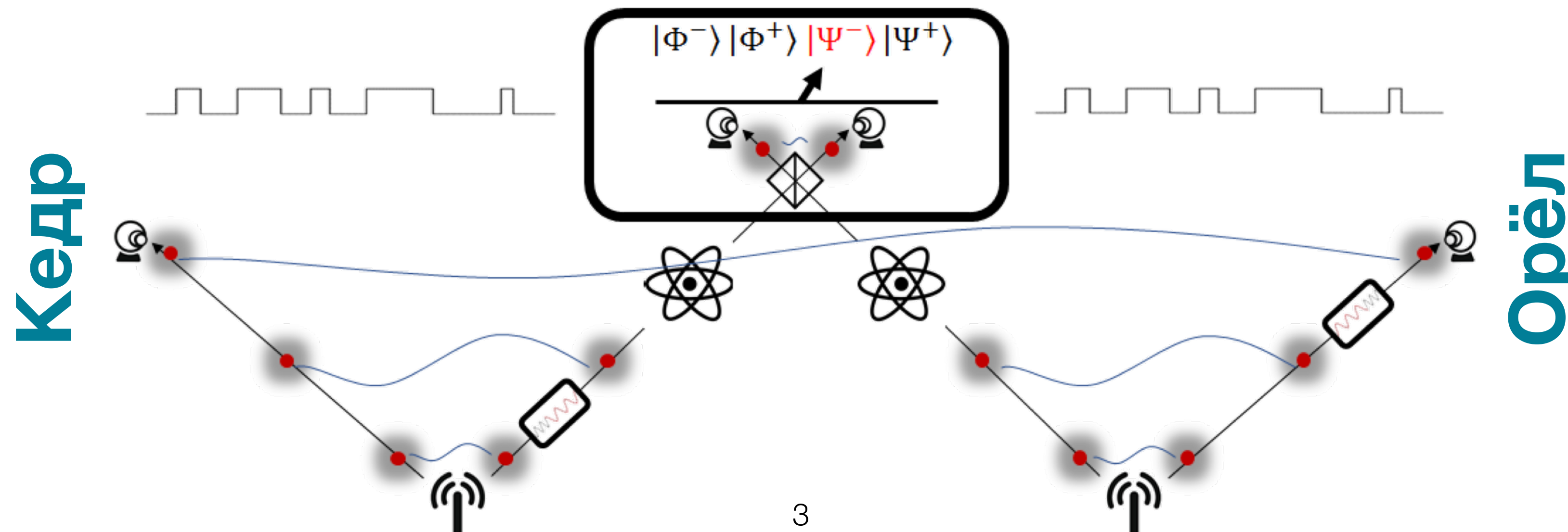
СОДЕРЖАНИЕ

1. Квантовый повторитель
 - 1.1. Элементарное звено
 - 1.2. Декогеренция и фотоотсчёты
2. Переброс запутанности
3. Выводы

КВАНТОВЫЙ ПОВТОРИТЕЛЬ

Квантовый повторитель решает задачу **квантовой коммуникации**, то есть генерации квантовых состояний, запутанных между удаленными узлами.

Это позволит распределять квантовую информацию на большие расстояния путём ретрансляции.



КВАНТОВЫЙ ПОВТОРИТЕЛЬ

Режим работы повторителя предполагает разделение канала передачи на несколько сегментов (**элементарных звеньев**).

Первый шаг — подготовить запутывание между двумя узлами (на концах) каждого звена. Затем на следующем шаге используется **переброс запутанности** между соседними звеньями для передачи запутанности на значительные расстояния в целевые точки квантовой сети.

Далее рассматривается повторитель на основе объявленной (heralded) запутанности.

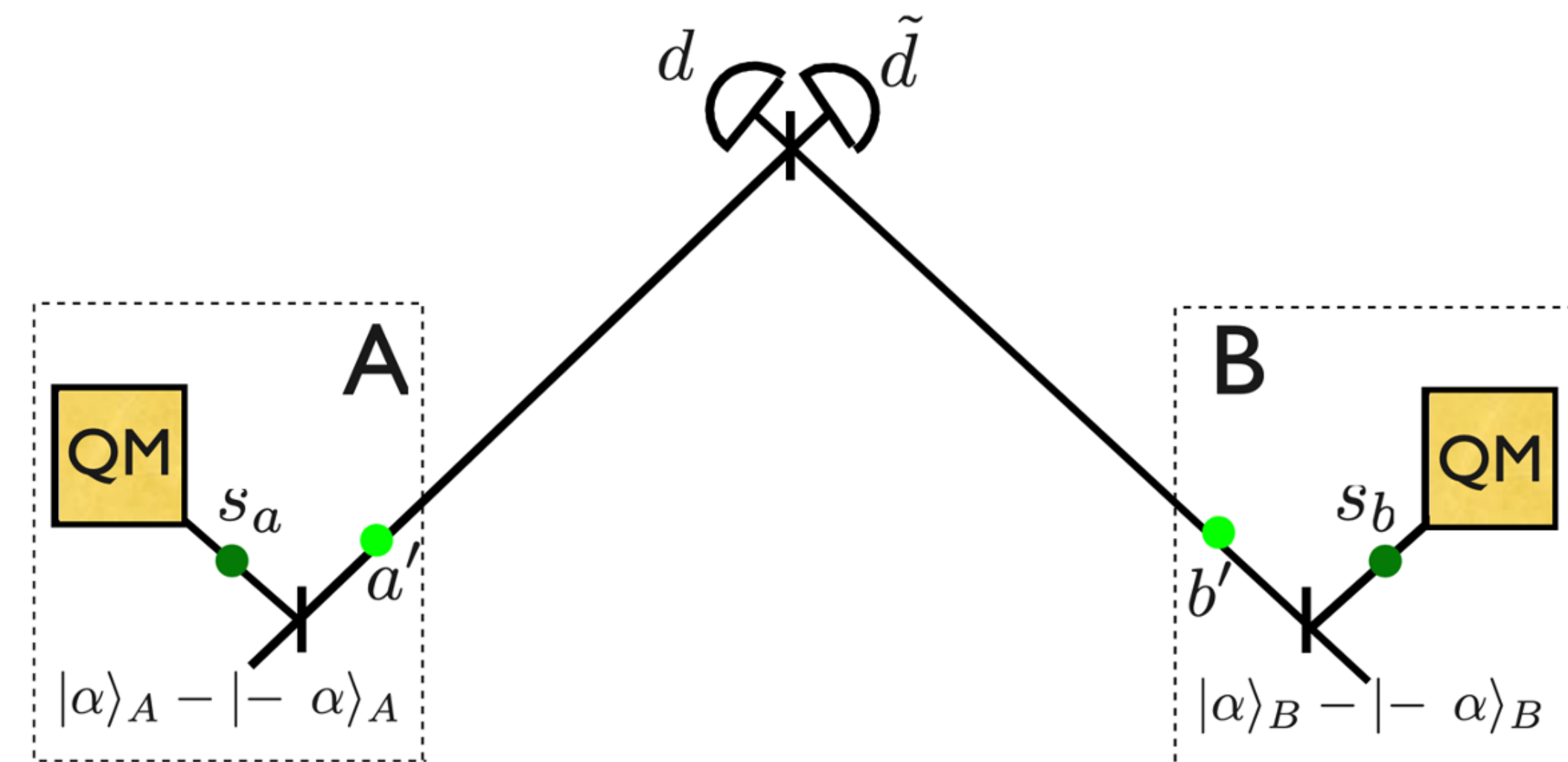


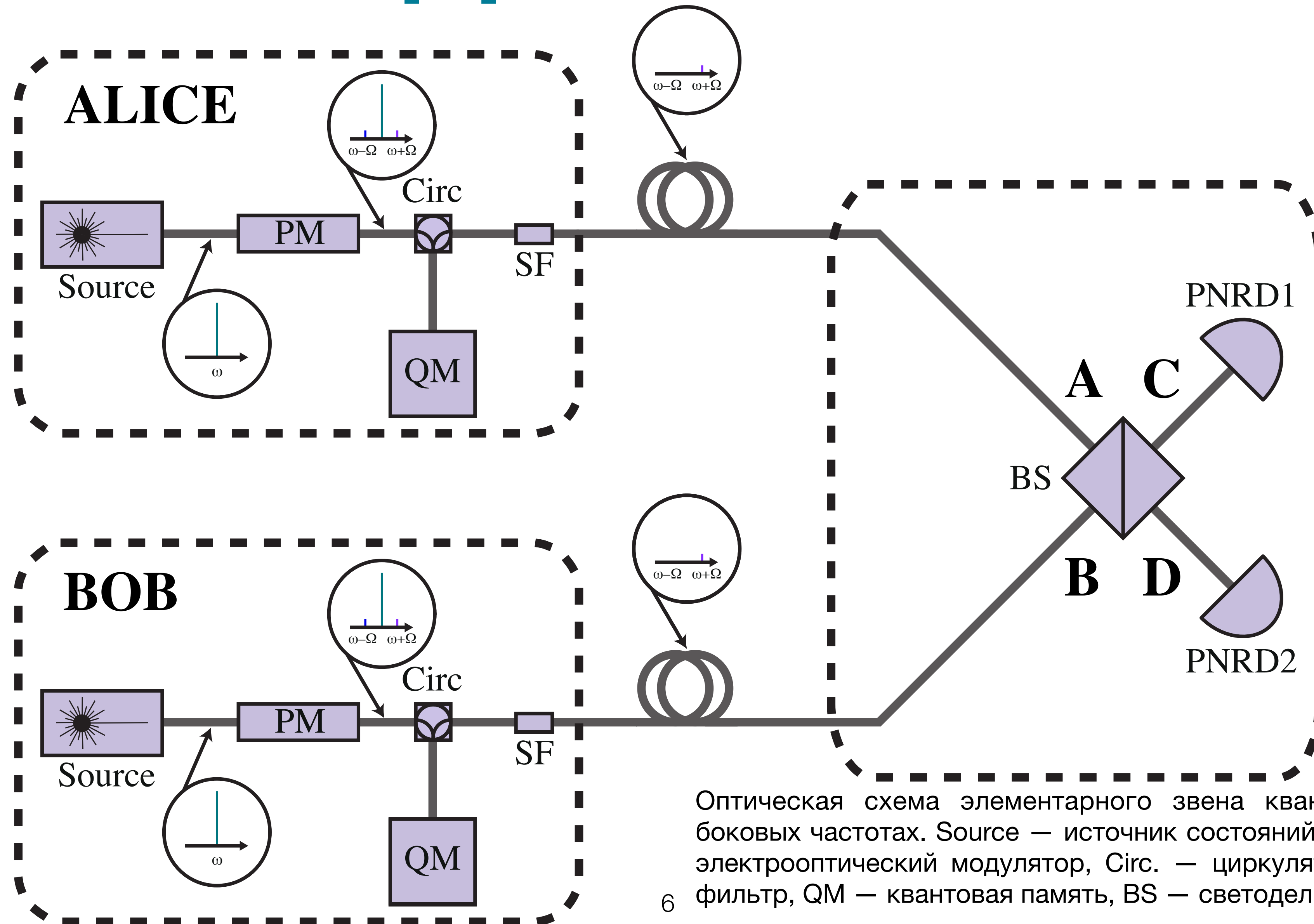
Схема элементарного узла квантового повторителя на когерентных состояниях. КП — квантовая память

Sangouard N. et al. Quantum repeaters based on atomic ensembles and linear optics // *Reviews of Modern Physics*. – 2011. – Т. 83. – №. 1. – С. 33.

Sangouard N. et al. Quantum repeaters with entangled coherent states // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2010. – Т. 27. – №. 6. – С. A137-A145.

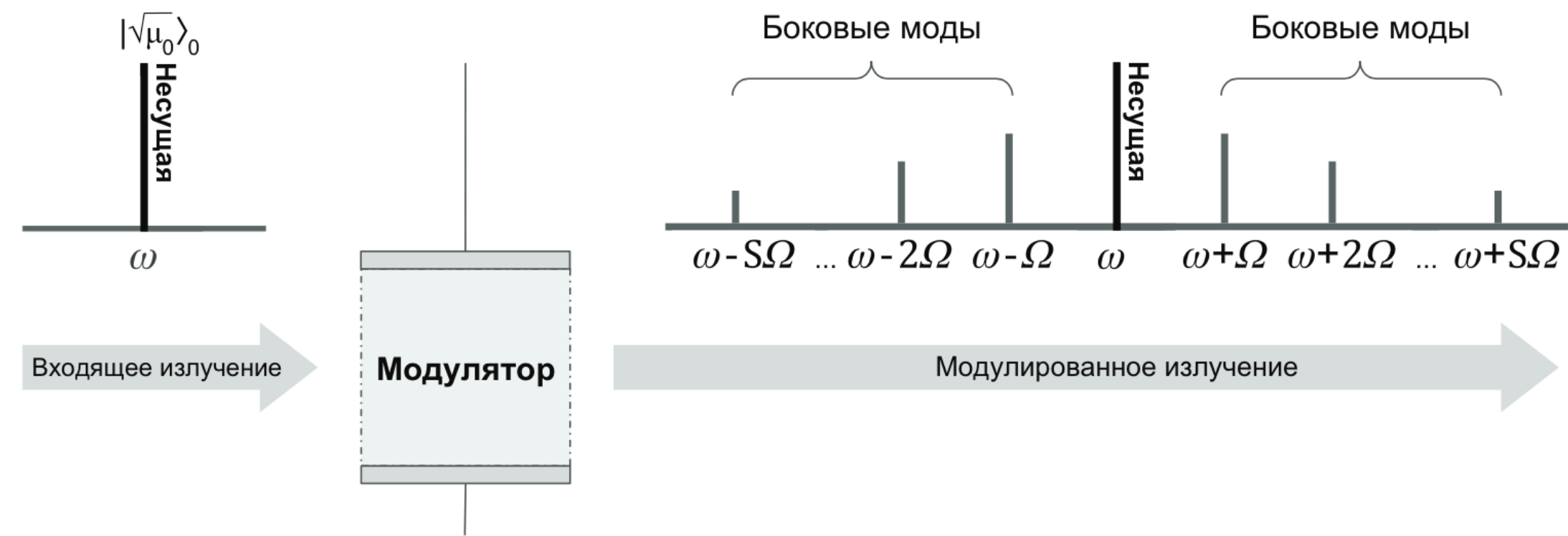
ЭЛЕМЕНТАРНОЕ ЗВЕНО

ИССЛЕДУЕМАЯ СХЕМА



Оптическая схема элементарного звена квантового повторителя на боковых частотах. Source — источник состояний кота Шрёдингера, PM — электрооптический модулятор, Circ. — циркулятор, SF — спектральный фильтр, QM — квантовая память, BS — светоделитель, PNRD — детектор.

МНОГОМОДОВОСТЬ



В электрооптическом модуляторе рассматривается следующее преобразование:

$$\hat{a}_\mu \mapsto U_M \hat{a}_\mu U_M^\dagger = \sum_\nu U_{\mu\nu}^{-1} \hat{a}_\nu = \sum_\nu U_{\nu\mu}^* \hat{a}_\nu,$$

$$|\pm \alpha\rangle_A \rightarrow |\pm \boldsymbol{\alpha}\rangle_A = \bigotimes_{\mu=-S}^S |\pm \alpha_\mu\rangle_A, \quad |\pm \beta\rangle_B \rightarrow |\pm \boldsymbol{\beta}\rangle_B = \bigotimes_{\mu=-S}^S |\pm \beta_\mu\rangle_B,$$

$$\alpha_\mu = U_{\mu 0}^{(A)*} \alpha, \quad \beta_\mu = U_{\mu 0}^{(B)*} \beta.$$

ИССЛЕДУЕМЫЕ СОСТОЯНИЯ

- Входные состояния: чётные и нечётные состояния кота Шрёдингера

$$|S_A\rangle = |\Psi_{\nu'}^{(A)}(\alpha)\rangle, \quad |S_B\rangle = |\Psi_{\nu}^{(B)}(\beta)\rangle, \quad \nu, \nu' \in \{+, -\},$$

$$|\Psi_{\pm}(\alpha)\rangle = \frac{1}{\sqrt{M_{\pm}(\alpha)}} |\alpha^{(\pm)}\rangle, \quad |\alpha^{(\pm)}\rangle \equiv |\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle, \quad M_{\pm}(\alpha) = \langle \alpha^{(\pm)} | \alpha^{(\pm)} \rangle = 2(1 \pm \exp(-2|\alpha|^2)).$$

- Модулированные состояния $|\Psi\rangle_{AB} = |\Psi_{\nu'}^{(A)}(\alpha)\rangle \otimes |\Psi_{\nu}^{(B)}(\beta)\rangle$:

$$|S_A\rangle \rightarrow |\Psi_A\rangle = |\Psi_{\nu'}^{(A)}(\alpha)\rangle, \quad |S_B\rangle \rightarrow |\Psi_B\rangle = |\Psi_{\nu}^{(B)}(\beta)\rangle$$

$$|\Psi_{\pm}^{(A)}(\alpha)\rangle = \frac{1}{\sqrt{M_{\pm}(\alpha)}} |\alpha^{(\pm)}\rangle_A, \quad |\Psi_{\pm}^{(B)}(\beta)\rangle = \frac{1}{\sqrt{M_{\pm}(\beta)}} |\beta^{(\pm)}\rangle_B,$$

$$|\alpha^{(\pm)}\rangle_A = |\alpha\rangle_A \pm |-\alpha\rangle_A, \quad |\beta^{(\pm)}\rangle_B = |\beta\rangle_B \pm |-\beta\rangle_B, \quad M_{\pm}(\alpha) = 2(1 \pm \exp(-2|\alpha|^2)), \quad |\alpha|^2 = \sum_{\mu=-S}^S |\alpha_{\mu}|^2.$$

ВЕРОЯТНОСТИ

доля состояний,
которые отправляются
в канал

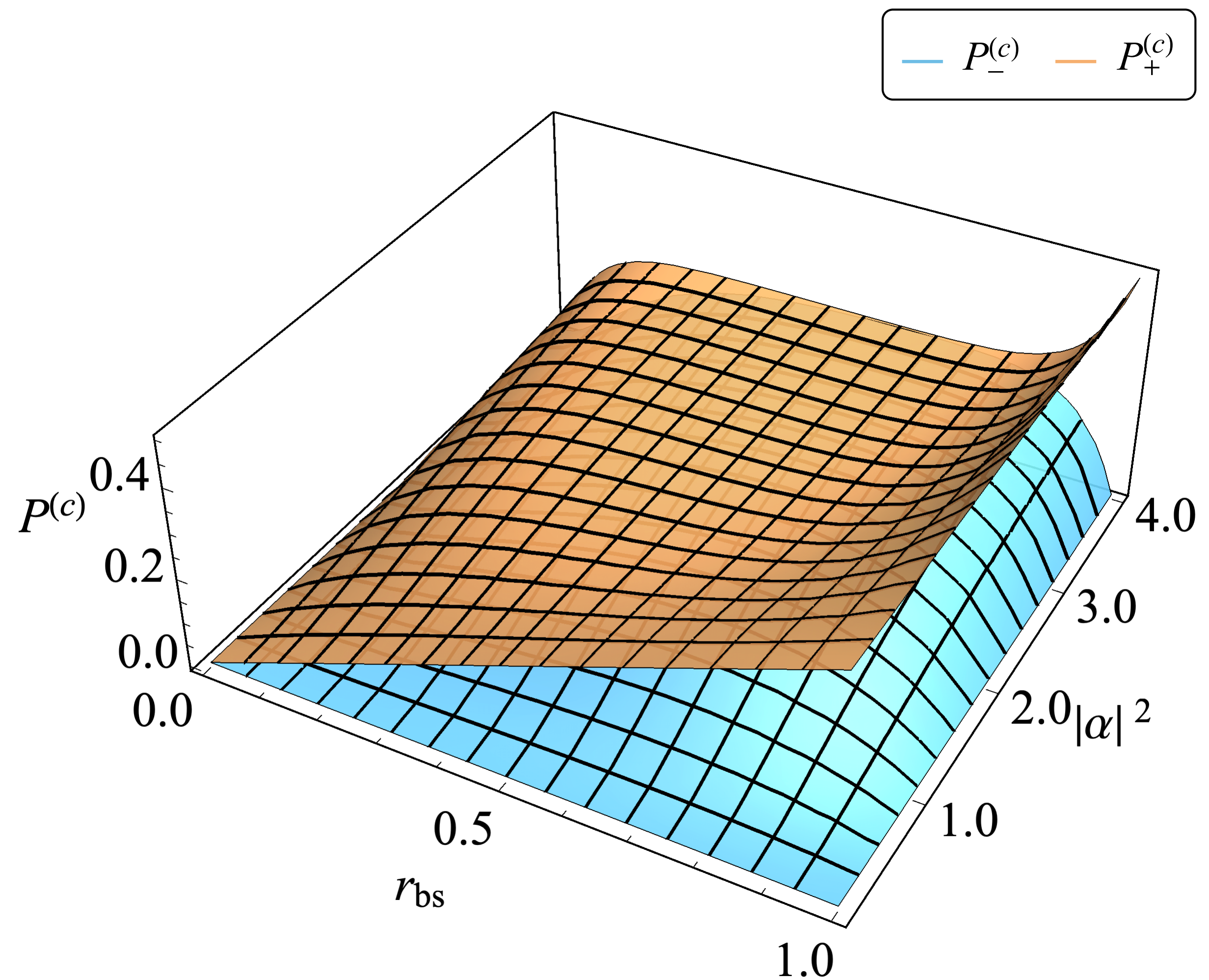
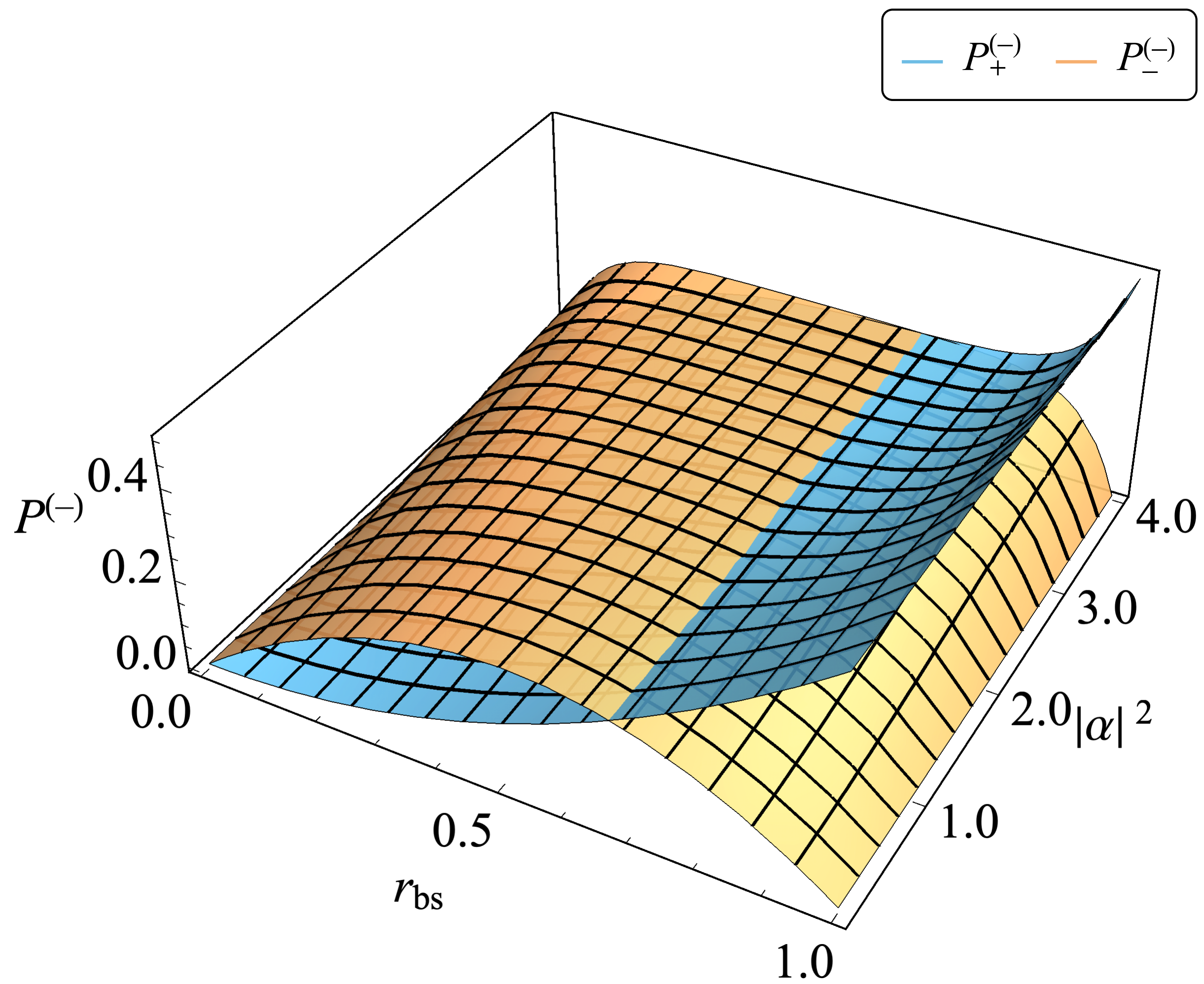
$$P_{\pm}^{(+)} = \tanh^2 |\alpha|^2 P_{\pm}^{(-)}, \quad |\alpha|^2 = |\alpha|^2 = |\alpha_{\text{qm}}|^2 + |\alpha_{\text{bs}}|^2, \quad |\alpha_{\text{bs}}|^2 = r_{\text{bs}} |\alpha|^2,$$

$$P_{-}^{(-)}(r_{\text{bs}}, |\alpha|^2) = \frac{\sinh(2(1 - r_{\text{bs}}) |\alpha|^2) \sinh(2r_{\text{bs}} |\alpha|^2)}{4 \sinh^2(|\alpha|^2)},$$

$$P_{+}^{(-)}(r_{\text{bs}}, |\alpha|^2) = \frac{\cosh(2(1 - r_{\text{bs}}) |\alpha|^2) \sinh^2(r_{\text{bs}} |\alpha|^2)}{2 \sinh^2(|\alpha|^2)}$$

$$P_{0}^{(-)}(r_{\text{bs}}, |\alpha|^2) = \frac{\sinh^2((1 - r_{\text{bs}}) |\alpha|^2)}{\sinh^2(|\alpha|^2)}, \quad P_{0}^{(+)}(r_{\text{bs}}, |\alpha|^2) = \frac{\cosh^2((1 - r_{\text{bs}}) |\alpha|^2)}{\cosh^2(|\alpha|^2)}.$$

ВЕРОЯТНОСТИ



ДЕКОГЕРЕНЦИЯ И ДЕТЕКТИРОВАНИЕ

ВОЛОКОННЫЙ КАНАЛ и POVM

Рассмотрим изометрию в виде расширения Штайншпринга для представления волоконного канала:

$$|\gamma\rangle_S \rightarrow |\gamma_s\rangle_S \otimes |\gamma_e\rangle_E = |\gamma_s, \gamma_e\rangle \equiv |\gamma\rangle, \quad |\gamma|^2 = |\gamma_s|^2 + |\gamma_e|^2,$$

$$|\Phi_{\pm}^{(S)}(\gamma)\rangle \rightarrow |\Phi_{\pm}^{(SE)}(\gamma_s, \gamma_e)\rangle \equiv |\Phi_{\pm}(\gamma)\rangle,$$

где $|\gamma_s\rangle = \sqrt{\eta\gamma}$, $|\gamma_e\rangle = \sqrt{1-\eta\gamma}$ и η — коэффициент пропускания канала.

ВОЛОКОННЫЙ КАНАЛ и POVM

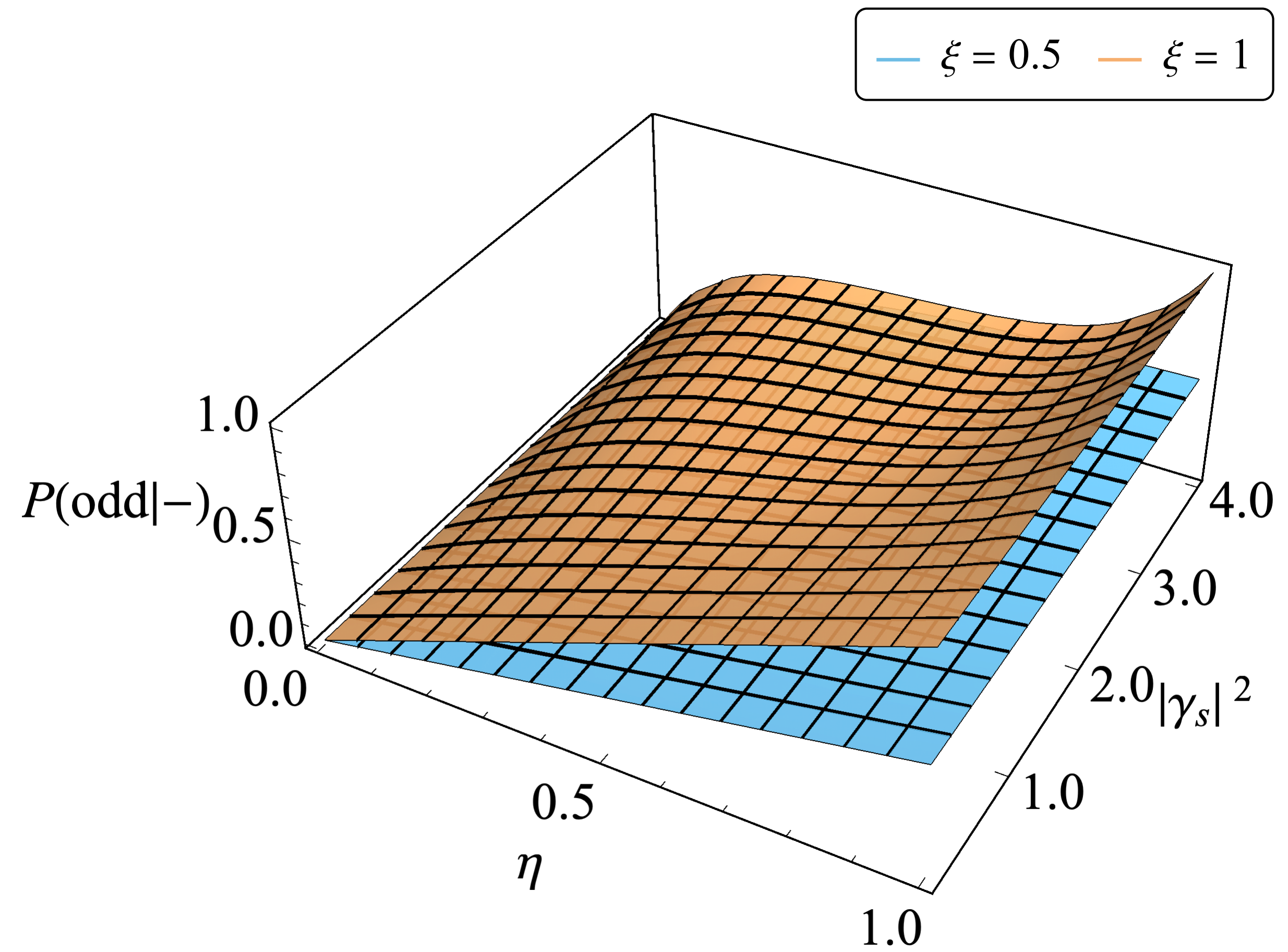
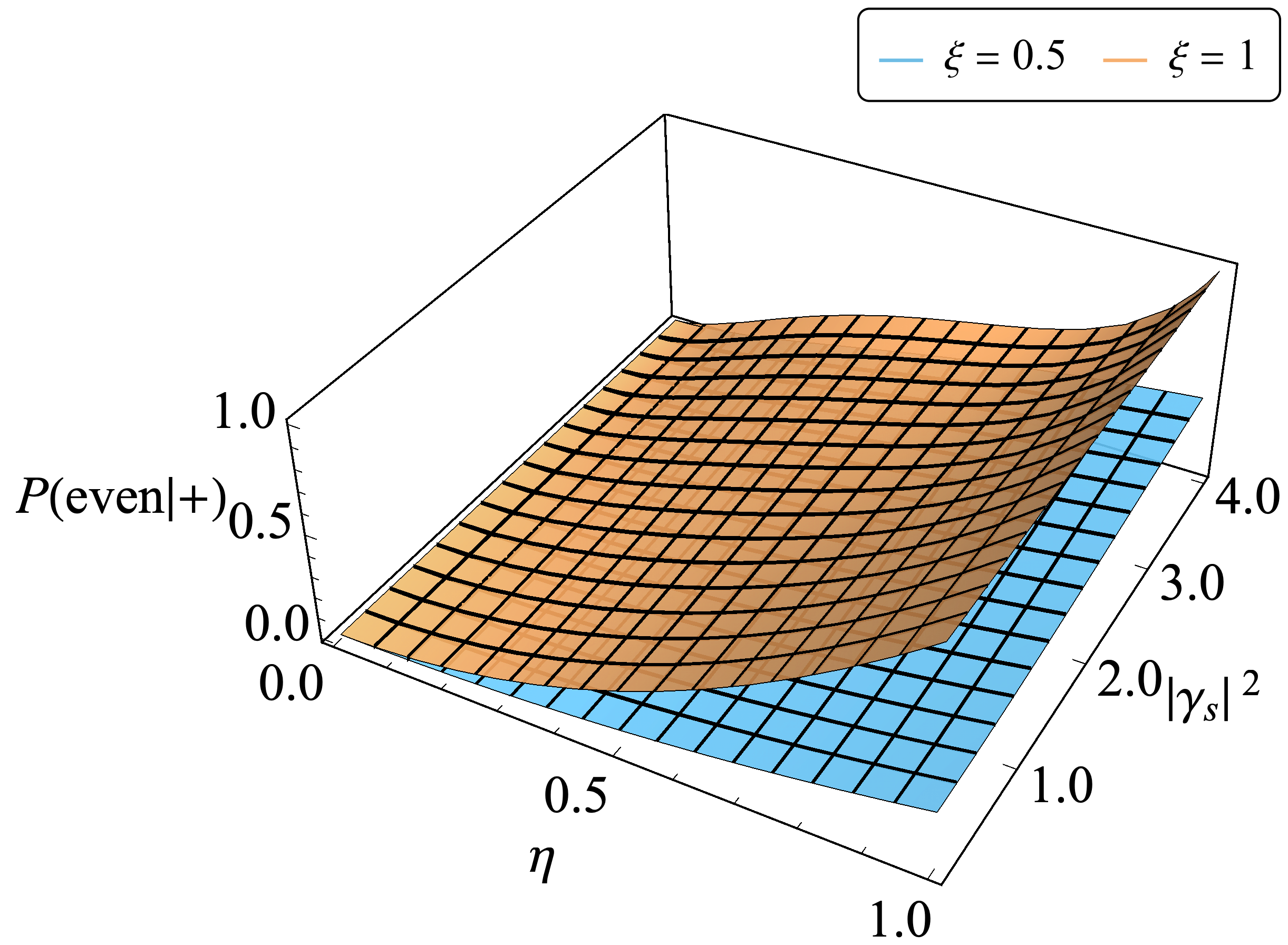
$$\text{Prob}(k | \mu, v'v) = P(k | \mu'), \quad \mu' = v'v\mu,$$

$$P(k | \mu) = \langle \Phi_\mu(\gamma) | \hat{\Pi}_k | \Phi_\mu(\gamma) \rangle, \quad P(k | 0) = \delta_{k0},$$

$$\hat{\Pi}_k =: \frac{(\xi \hat{n}_s)^k}{k!} e^{-\xi \hat{n}_s} :, \quad \hat{n}_s = \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_s,$$

где ξ — эффективность детектора.

ЧЁТНОСТЬ



ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ И FIDELITY

- Вероятность успешной генерации запутанности:

$$P_s^{(v'v)}(p_c) = \sum_{\mu=\pm} \text{Prob}(p_c | \mu, v'v) \text{Prob}(\mu | v'v) = \sum_{\mu=\pm} P(p_c | \mu') P_{\mu}^{(v'v)},$$

$$\text{Prob}(p_c, \mu | v'v) = \text{Prob}(p_c | \mu, v'v) \text{Prob}(\mu | v'v) = P(p_c | \mu') P_{\mu}^{(v'v)}.$$

- Сгенерированное запутанное состояние:

$$\hat{\rho}_{AB}(p_c | v'v) = \sum_{\mu=\pm} F_{\mu}^{(v'v)}(p_c) | \Psi_{\mu}^{(AB)}(\alpha_{\text{qm}}, \alpha_{\text{qm}}) \rangle \langle \Psi_{\mu}^{(AB)}(\alpha_{\text{qm}}, \alpha_{\text{qm}}) |,$$

$$F_{\mu}^{(v'v)}(p_c) = \text{Prob}(\mu | p_c, v'v) = \frac{\text{Prob}(p_c, \mu | v'v)}{P_s^{(v'v)}(p_c)},$$

$$F_{+}^{(v'v)}(p_c) + F_{-}^{(v'v)}(p_c) = 1.$$

ЯВНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

- Вероятности успеха при подстановке $\zeta = \xi\eta r_{bs}$:

$$P_s^{(+)}(p_c) = \tanh^2(|\alpha|^2)P_s^{(-)}(p_c),$$

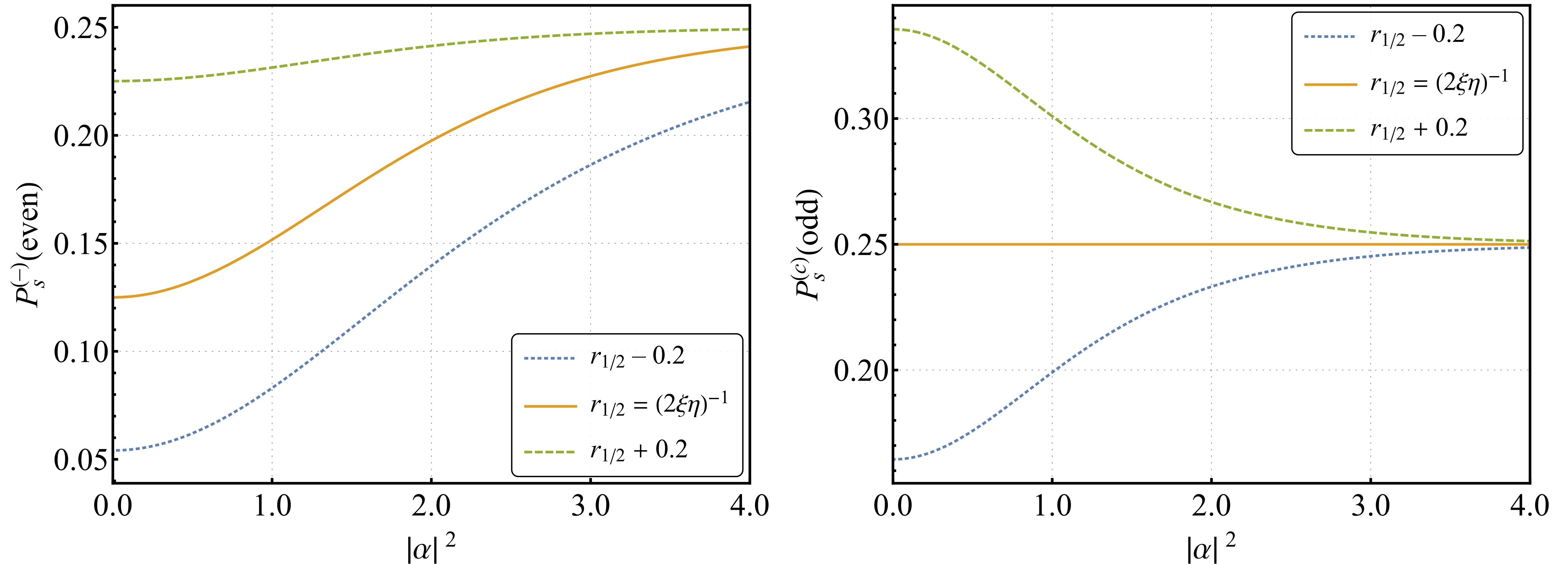
$$P_s^{(-)}(\text{odd}) = P_-^{(-)}(\zeta, |\alpha|^2), \quad P_s^{(+)}(\text{odd}) = P_+^{(+)}(\zeta, |\alpha|^2),$$

$$P_s^{(-)}(\text{even}) = P_+^{(-)}(\zeta, |\alpha|^2), \quad P_s^{(+)}(\text{even}) = P_-^{(+)}(\zeta, |\alpha|^2),$$

где $(c) = (+ -) = (- +)$.

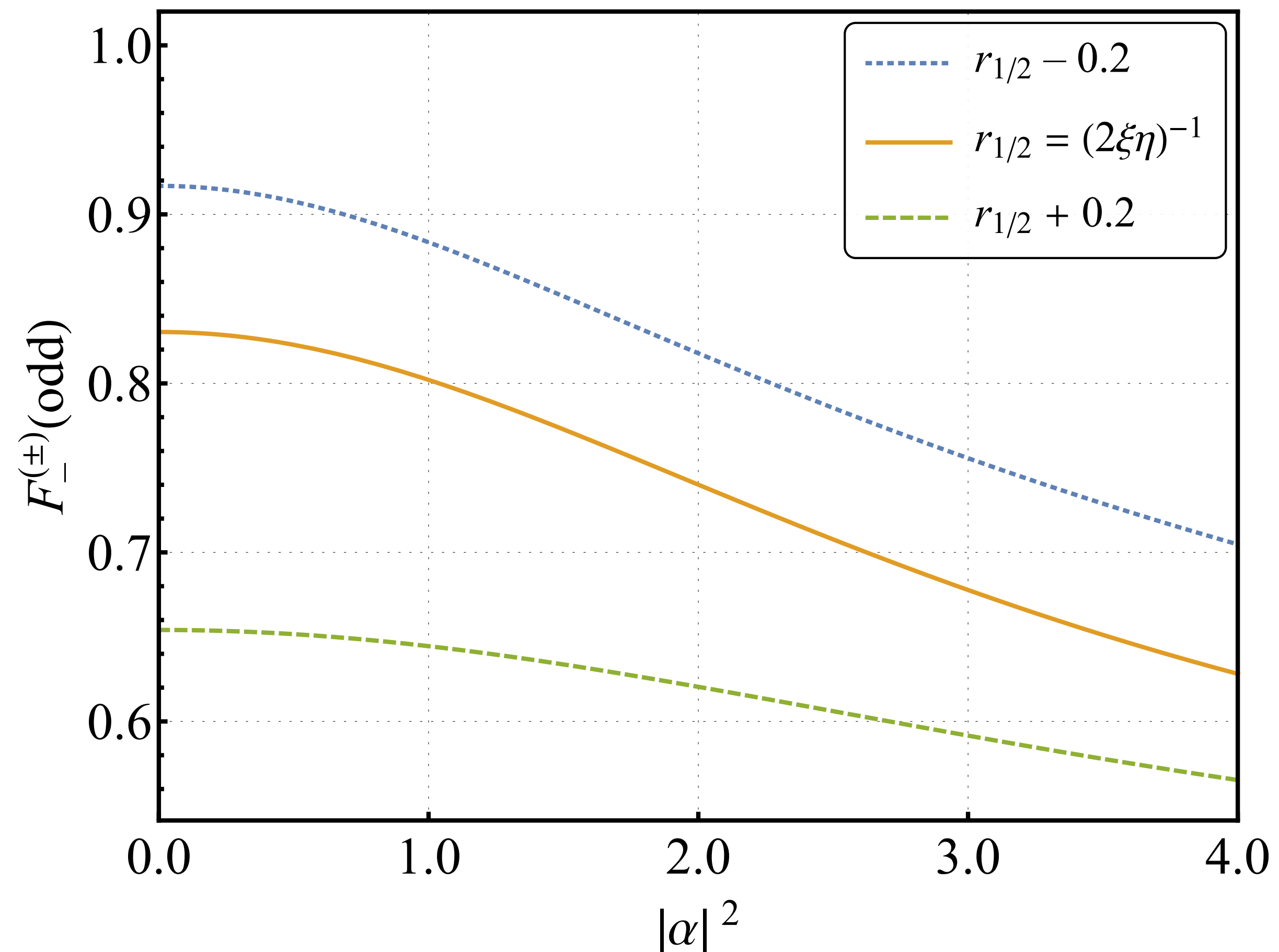
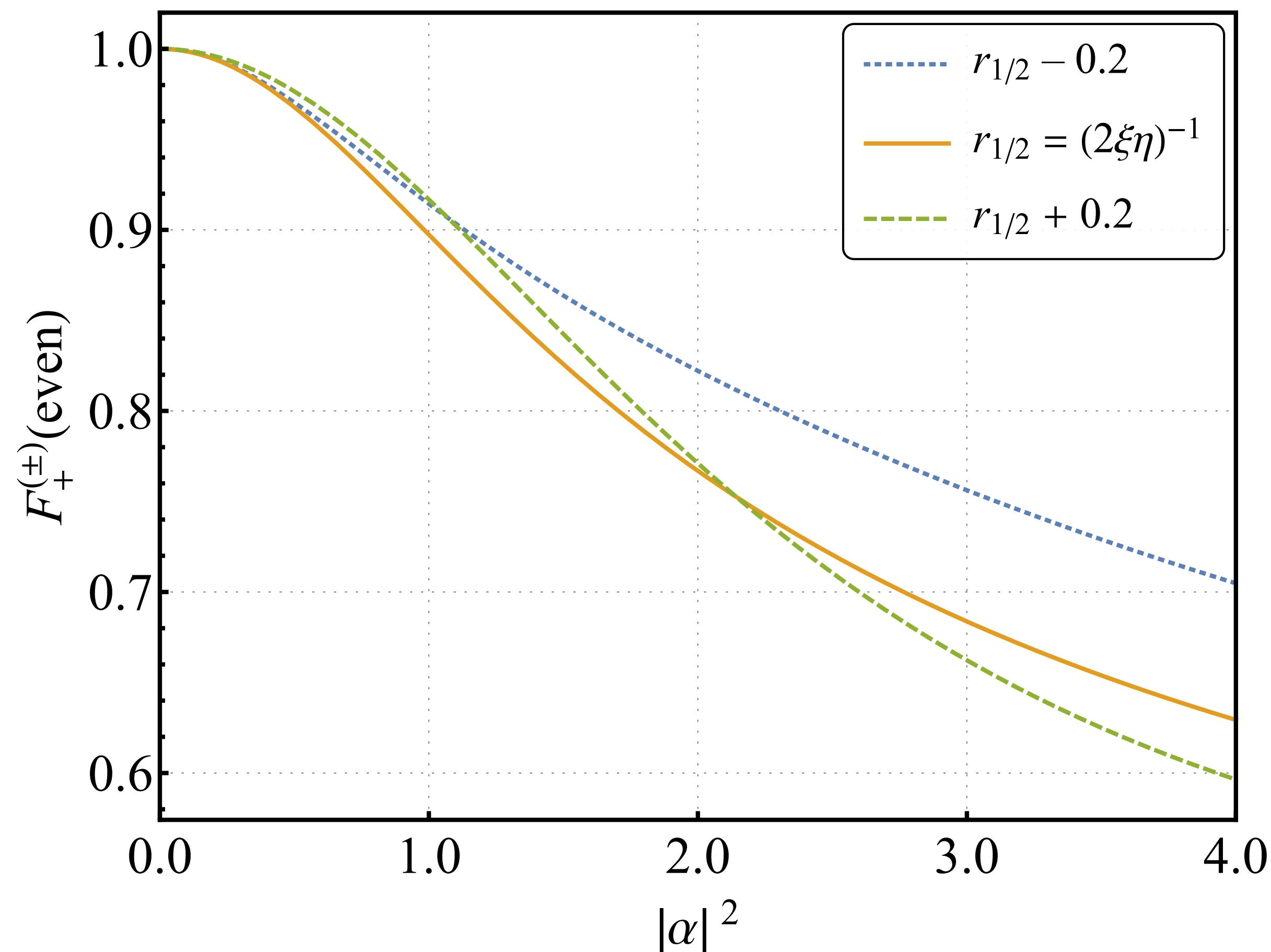
Вероятность успеха с учётом канала и детектирования **совпадает** с вероятностью генерации самого состояния.

ВЕРОЯТНОСТЬ УСПЕХА

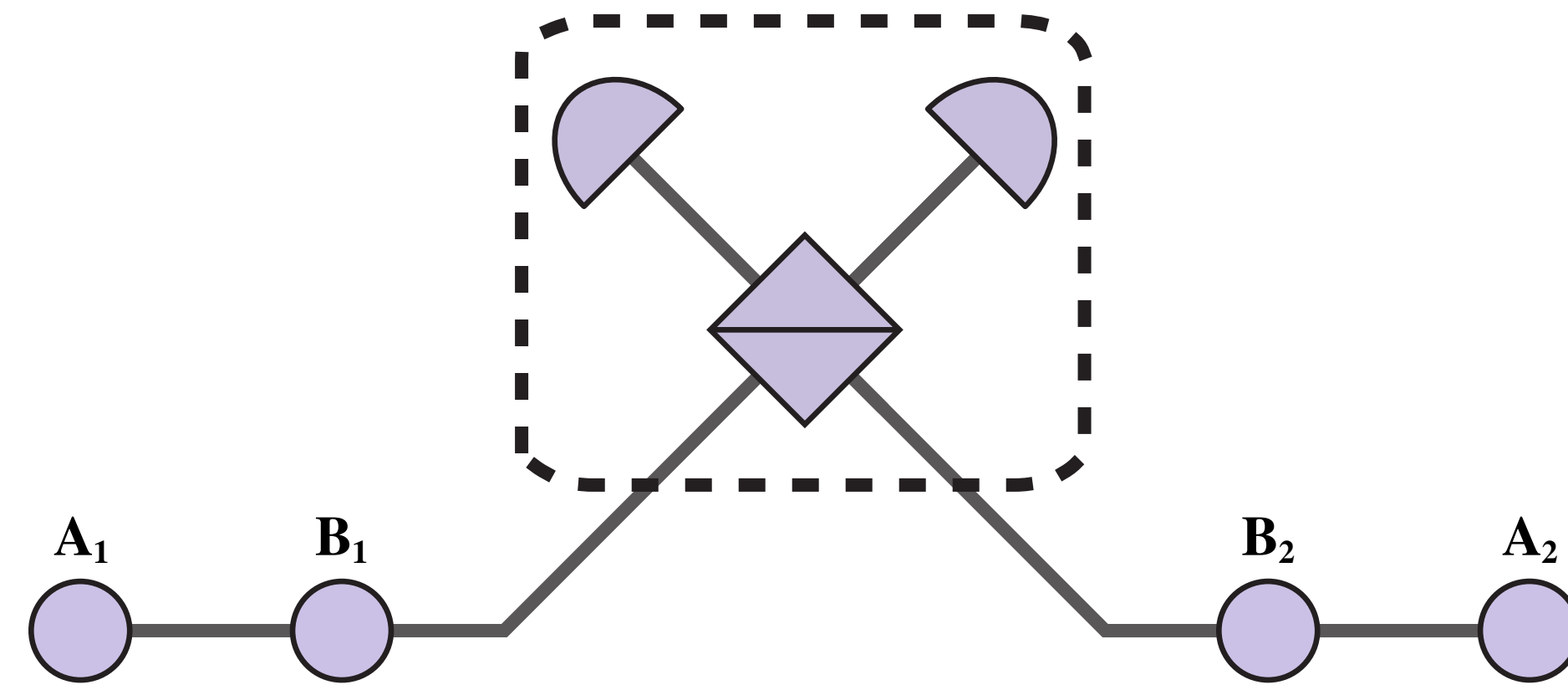


Вероятность $P_s(p_c) = P_s(r_{\text{bs}}, |\alpha|^2)$ успешного детектирования. Параметр r_{bs} фиксируется как $r_{1/2} \equiv (2\xi\eta)^{-1}$ с $\eta = 0,95$, $\xi = 0,9$. Поведение кривых при изменении параметра также отражено.

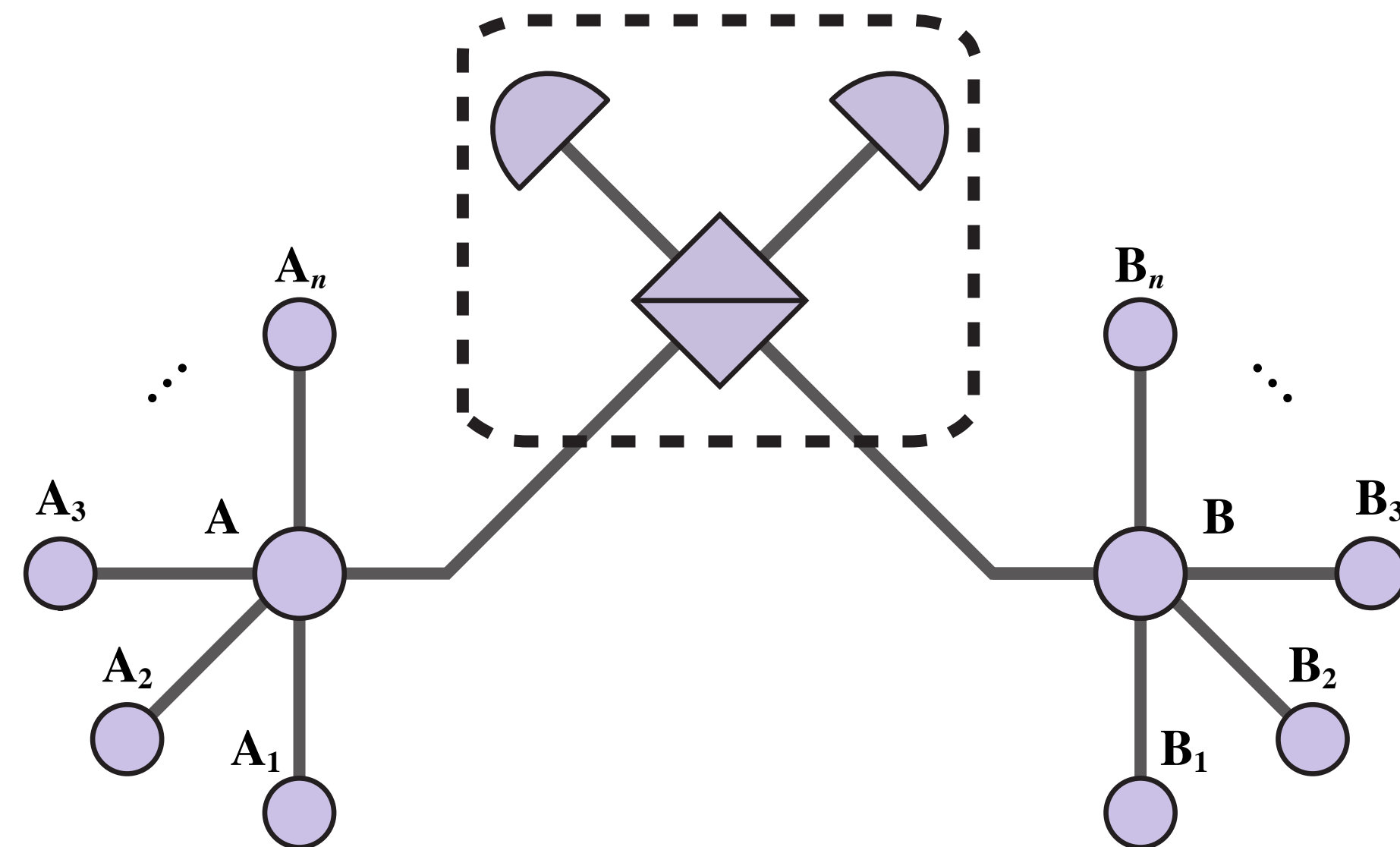
FIDELITY



Величины fidelity $F_+^{(\pm)}(\text{even})$ и $F_-^{(\pm)}(\text{odd})$ для симметричных и антисимметричных состояний (heralded). Параметр r_{bs} фиксируется как $r_{1/2} \equiv (2\xi\eta)^{-1}$ с $\eta = 0,95$, $\xi = 0,9$. Поведение кривых при изменении параметра также отражено.



ПЕРЕБРОС ЗАПУТАННОСТИ



ПЕРЕБРОС ЗАПУТАННОСТИ

- Конечное состояние:

$$\hat{\rho}_{A_1 B_1}^{(\nu'_1 \nu_1)}(p_c) \equiv \hat{\rho}_1 = \sum_{\mu_1 = \pm} F_{\mu_1}^{(1)} |\Psi_{\mu_1}^{(A_1 B_1)}(\alpha_{\text{qm}}, \alpha_{\text{qm}})\rangle \langle \Psi_{\mu_1}^{(A_1 B_1)}(\alpha_{\text{qm}}, \alpha_{\text{qm}})|,$$

$$\hat{\rho}_{A_2 B_2}^{(\nu'_2 \nu_2)}(p_c) \equiv \hat{\rho}_2 = \sum_{\mu_2 = \pm} F_{\mu_2}^{(2)} |\Psi_{\mu_2}^{(A_2 B_2)}(\alpha_{\text{qm}}, \alpha_{\text{qm}})\rangle \langle \Psi_{\mu_2}^{(A_2 B_2)}(\alpha_{\text{qm}}, \alpha_{\text{qm}})|.$$

- Вероятностное распределение по числу попыток:

$$P_s^{(\nu'_1 \nu_1)}(p_c) |_{A_1 B_1} \equiv p_1, \quad P_s^{(\nu'_2 \nu_2)}(p_c) |_{A_2 B_2} \equiv p_2,$$

$$\text{Prob}(n_1, n_2) = p_1 q_1^{n_1 - 1} p_2 q_2^{n_2 - 1}, \quad q_i \equiv 1 - p_i, \quad \langle n_i \rangle = p_i^{-1}.$$

ПЕРЕБРОС ЗАПУТАННОСТИ

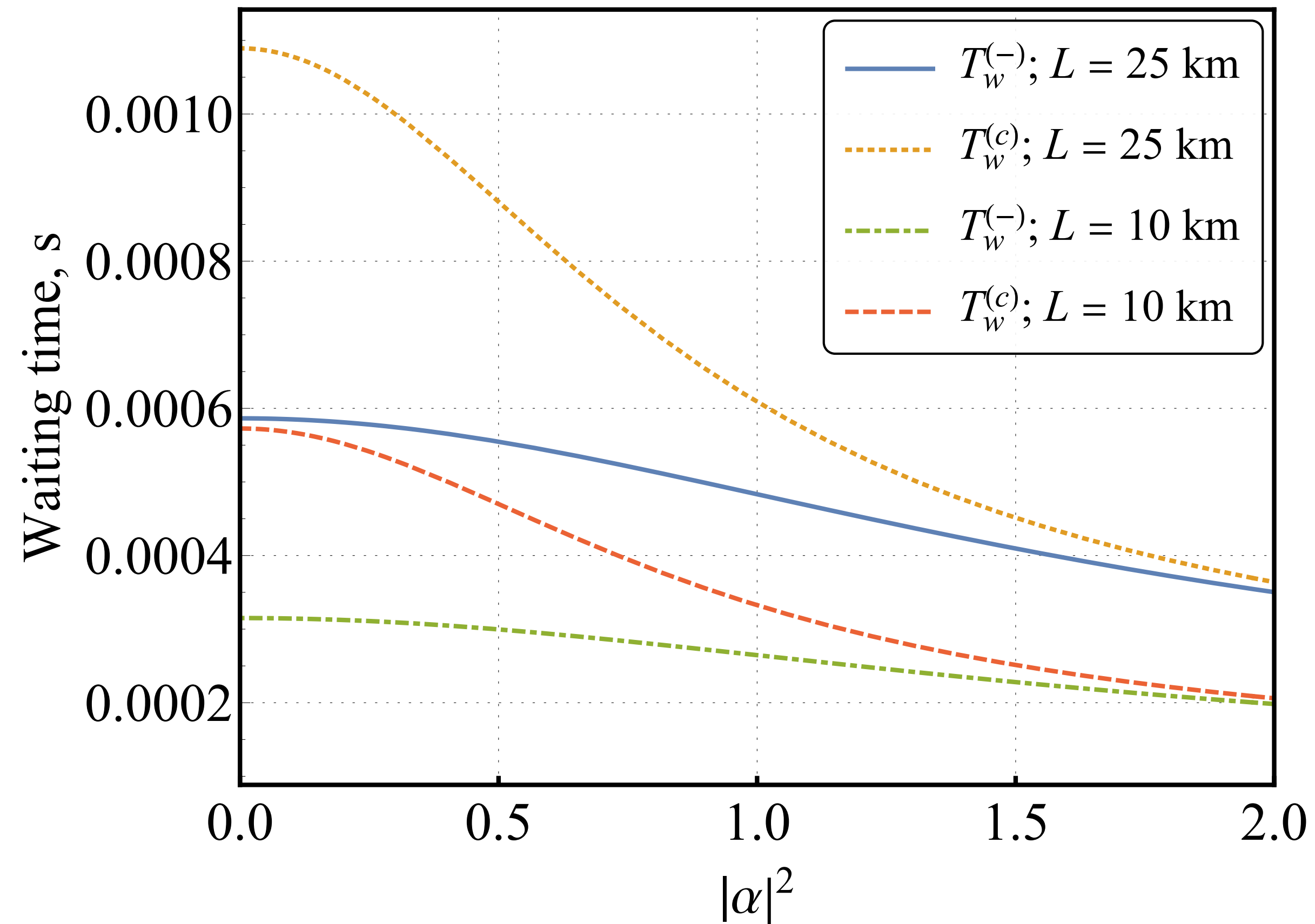
$$\text{Prob}(|n_1 - n_2| = k) = \frac{p_1 p_2 (q_1^k + q_2^k)}{2(1 - q_1 q_2)} (2 - \delta_{k0}),$$

$$\langle n_w \rangle \equiv \langle |n_1 - n_2| \rangle = \frac{p_2^2 q_1 + p_1^2 q_2}{p_1 p_2 (1 - q_1 q_2)}, \quad \langle n_t \rangle \equiv \langle n_1 + n_2 \rangle = \frac{p_1 + p_2}{p_1 p_2},$$

$$\langle n_{\max} \rangle \equiv \langle \max(n_1, n_2) \rangle = \frac{\langle n_t \rangle + \langle n_t \rangle}{2}, \quad \langle n_{\min} \rangle \equiv \langle \min(n_1, n_2) \rangle = \frac{\langle n_t \rangle - \langle n_t \rangle}{2},$$

$$T_{\text{prep}} = \frac{L \langle n_{\max} \rangle}{c}, \quad T_{\text{wait}} = \frac{L \langle n_w \rangle}{c} < T_{\text{store}}.$$

ВРЕМЯ ХРАНЕНИЯ



Время ожидания, ограничивающее время хранения состояния внутри квантовой памяти для простейшего случая схемы симметричного обмена $p_1 = p_2$: $p_1 = p_2 = P_s^{(-)}(\text{odd})$ и $p_1 = p_2 = P_s^{(c)}(\text{odd})$. Удельный коэффициент затухания 0,2 дБ/км, что соответствует стандартному оптоволокну.

ВЫВОДЫ

- Генерация запутанности может быть осуществлена при помощи многомодовых когерентных состояний кота Шрёдингера. Многомодовость может быть обеспечена удобным в работе электрооптическим модулятором. Между удалёнными узлами быть рассмотрена длинная цепочка переброса запутанности.
- В дополнение к симметрии входных состояний кота Шрёдингера важную роль играют параметры, такие как отношение среднего числа фотонов в состояниях, подаваемых на светоделитель r_{bs} , коэффициент пропускания канала η и эффективность фотодетектора ξ .
- Антисимметричные состояния котов играют важную роль в достижении достаточно высокой производительности повторителя. Существует компромисс между вероятностью успеха и величиной fidelity, которую необходимо оптимизировать.
- Оценённое время хранения состояния соответствует мировому уровню разработок в области квантовой памяти.

Контактная информация



199178, Санкт-Петербург, В.О., 6 линия д.59, корп. 1, лит. Б



+7 (812) 244-29-23



info@quanttelecom.ru

010010011011
011101010010

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СЛАЙДЫ

ДЕЙСТВИЕ СВЕТОДЕЛИТЕЛЯ

- Рассмотрим $|\Psi_\nu(\alpha)\rangle \equiv |\Psi_\nu(\alpha_{\text{qm}}, \alpha_{\text{bs}})\rangle$, где α_{qm} остаётся в квантовой памяти, а α_{bs} — отсылается на светоделитель:

$$\hat{T}_{\alpha_{\text{bs}}\alpha_{\text{bs}}\rightarrow CD} |\pm\alpha_{\text{bs}}\rangle_A \otimes |\pm\alpha_{\text{bs}}\rangle_B = |\pm\gamma_{\text{bs}}\rangle_C \otimes |0\rangle_D,$$

$$\hat{T}_{\alpha_{\text{bs}}\alpha_{\text{bs}}\rightarrow CD} |\pm\alpha_{\text{bs}}\rangle_A \otimes |\mp\alpha_{\text{bs}}\rangle_B = |0\rangle_C \otimes |\pm\gamma_{\text{bs}}\rangle_D, \quad \gamma_{\text{bs}} = \sqrt{2}\alpha_{\text{bs}},$$

$$\hat{T}_{\alpha_{\text{bs}}\alpha_{\text{bs}}\rightarrow CD} |\Psi_{\nu'}^{(A)}(\alpha_{\text{qm}}, \alpha_{\text{bs}})\rangle \otimes |\Psi_\nu^{(B)}(\alpha_{\text{qm}}, \alpha_{\text{bs}})\rangle = \frac{1}{2\sqrt{M_{\nu'}(\alpha_{\text{qm}}, \alpha_{\text{bs}})M_\nu(\alpha_{\text{qm}}, \alpha_{\text{bs}})}}$$

$$\times \sum_{\mu=\pm} \sqrt{M_{\mu'}(\gamma_{\text{bs}})M_\mu(\alpha_{\text{qm}}, \alpha_{\text{qm}})} \{ |\Psi_{\mu'}^{(C)}(\gamma_{\text{bs}})\rangle \otimes |0\rangle_D \otimes |\Psi_\mu^{(AB)}(\alpha_{\text{qm}}, \alpha_{\text{qm}})\rangle$$

$$+ \nu |0\rangle_C \otimes |\Psi_{\mu'}^{(D)}(\gamma_{\text{bs}})\rangle \otimes |\Psi_\mu^{(AB)}(\alpha_{\text{qm}}, -\alpha_{\text{qm}})\rangle, \quad \mu' = \nu\nu'\mu.$$

ДЕЙСТВИЕ СВЕТОДЕЛИТЕЛЯ

- Удобно рассматривать модифицированное состояние симметричного кота

$$|\tilde{\Psi}_+(\alpha)\rangle = \frac{1}{\sqrt{\tilde{M}_+(\alpha)}} [|\tilde{\alpha}\rangle + |-\tilde{\alpha}\rangle], \quad |\pm\tilde{\alpha}\rangle \equiv |\pm\alpha\rangle - e^{-|\alpha|^2/2} |\mathbf{0}\rangle. \quad \text{Имеем набор}$$

ортонормированных состояний: $|\Psi_-(\sqrt{2}\alpha_{bs})\rangle \equiv |\Phi_-(\gamma_{bs})\rangle, |\Psi_+(\sqrt{2}\alpha_{bs})\rangle \equiv |\Phi_+(\gamma_{bs})\rangle.$

Получим:

$$\hat{T}_{\alpha_{bs}\alpha_{bs} \rightarrow CD} |\Psi_{\nu'}^{(A)}(\alpha_{qm}, \alpha_{bs})\rangle \otimes |\Psi_{\nu}^{(B)}(\alpha_{qm}, \alpha_{bs})\rangle = \sqrt{P_0^{(\nu'\nu)}} |\mathbf{0}, \mathbf{0}\rangle_{CD}$$

$$\otimes |\Psi_{\nu'}^{(A)}(\alpha_{qm})\rangle \otimes |\Psi_{\nu}^{(B)}(\alpha_{qm})\rangle + \sum_{\mu=\pm} \sqrt{P_{\mu}^{(\nu'\nu)}} \{ |\Phi_{\mu'}^{(C)}(\gamma_{bs})\rangle \otimes |\mathbf{0}\rangle_D \otimes |\Psi_{\mu}^{(AB)}(\alpha_{qm}, \alpha_{qm})\rangle$$

$$+ \nu |\mathbf{0}\rangle_C \otimes |\Phi_{\mu'}^{(D)}(\gamma_{bs})\rangle \otimes |\Psi_{\mu}^{(AB)}(\alpha_{qm}, -\alpha_{qm})\rangle \}.$$

ВЕРОЯТНОСТИ

- $P_{\mu}^{(v'v)} = \text{Prob}(\mu \mid v'v) = \frac{1}{4} \frac{\tilde{M}_{\mu'}(\gamma_{bs}) M_{\mu}(\alpha_{qm}, \alpha_{qm})}{M_{v'}(\alpha_{qm}, \alpha_{bs}) M_v(\alpha_{qm}, \alpha_{bs})}, \quad \mu \in \{+, -\}$
- $P_0^{(v'v)} = \text{Prob}(0 \mid v'v) = \frac{M_{v'}(\alpha_{qm}) M_v(\alpha_{qm})}{M_{v'}(\alpha_{qm}, \alpha_{bs}) M_v(\alpha_{qm}, \alpha_{bs})} \exp(-|\gamma_{bs}|^2),$
- $2P_+^{(v'v)} + 2P_-^{(v'v)} + P_0^{(v'v)} = 1.$

СТАТИСТИКА ФОТООТСЧЁТОВ

$$P(k | +) = \frac{1}{4\tilde{M}_+(\gamma)} \left\{ M_+(\gamma_e) C_+(k, \gamma_s) + M_-(\gamma_e) C_-(k, \gamma_s) \right\}, \quad k > 0,$$

$$P(k | -) = \frac{1}{4M_-(\gamma)} \left\{ M_-(\gamma_e) C_+(k, \gamma_s) + M_+(\gamma_e) C_-(k, \gamma_s) \right\}, \quad P(k | 0) = 0,$$

$$C_\mu(k, \gamma_s) = \langle \gamma_s^{(\mu)} | \hat{\Pi}_k | \gamma_s^{(\mu)} \rangle = 2 \frac{(\xi |\gamma_s|^2)^k}{k!} e^{-|\gamma_s|^2} \\ \times \left\{ e^{(1-\xi)|\gamma_s|^2} + (-1)^k \mu e^{-(1-\xi)|\gamma_s|^2} \right\}.$$

ЧЁТНОСТЬ

$$P(\text{even} \mid \pm, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} P(2n \mid \pm, 0), \quad P(\text{odd} \mid \pm, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} P(2n + 1 \mid \pm, 0),$$

$$P(0 \mid \pm, 0) + P(\text{even} \mid \pm, 0) + P(\text{odd} \mid \pm, 0) = 1.$$

↓ p_c — ЧЁТНОСТЬ

$$P(p_c \mid +) = \frac{1}{4\tilde{M}_+(\gamma)} \{M_+(\gamma_e)C_+(p_c, \gamma_s) + M_-(\gamma_e)C_-(p_c, \gamma_s)\}$$

$$P(p_c \mid -) = \frac{1}{4M_-(\gamma)} \{M_-(\gamma_e)C_+(p_c, \gamma_s) + M_+(\gamma_e)C_-(p_c, \gamma_s)\},$$

$$P(p_c \mid 0) = 0.$$

$$C_{\pm}(\text{even}, \gamma_s) = 2e^{-|\gamma_s|^2} (\cosh(\xi |\gamma_s|^2) - 1) \{e^{(1-\xi)|\gamma_s|^2} \pm e^{-(1-\xi)|\gamma_s|^2}\},$$

$$C_{\pm}(\text{odd}, \gamma_s) = 2e^{-|\gamma_s|^2} \sinh(\xi |\gamma_s|^2) \{e^{(1-\xi)|\gamma_s|^2} \mp e^{-(1-\xi)|\gamma_s|^2}\}.$$